VORWORT

Habent sua fata libelli (Terentianus Maurus, Ende des 3.Jh.)

Meine Absicht, die Studien von Gottfried Wilhelm Leibniz zur Theorie linearer Gleichungssysteme und zur Eliminationstheorie auf Grund einer sorgfältigen Analyse seiner einschlägigen Studien umfassend darzustellen, reicht weit zurück. Aus verschiedenen Gründen verschob sich ihre Verwirklichung lange Zeit. Um so dankbarer bin ich dem verantwortlichen Herausgeber der *Studia Leibnitiana*, dem mir kollegial verbundenen Wenchao Li, die nunmehr vorliegende Monographie in die Reihe der Sonderhefte aufgenommen zu haben.

Mein besonderer Dank gilt Siegmund Probst, für die wertvollen Hinweise zur Leibniz-Edition, vor allem aber für die aufwendige, großartige Arbeit, durch die der umfangreiche Formelanteil am Manuskript für den Druck vorbereitet wurde.

Geht es doch um zentrale, lebenslange Anliegen des philosophischen und mathematischen Denkens von Leibniz: um die Vervollkommnung der Algebra und die Förderung der *ars combinatoria* oder *ars characteristica generalis*, die die Algebra nach seinem Verständnis umfassten. Lieferte doch die Algebra die schönsten Beispiele zu diesen *artes*.

Um die Texte einem möglichst großen Leserkreis zugänglich zu machen, habe ich die lateinischen Texte ins Deutsche übersetzt. Dies um so eher, als Leibniz von seinen vielen bedeutenden Ergebnissen so gut wie nichts veröffentlicht hat. Davon wird zu reden sein.

Tantum.

EINLEITUNG

Als Begründer der Determinanten-Theorie sind in der mathematikhistorischen Forschung zahlreiche Namen genannt worden, Leibniz, Gabriel Cramer, Pierre Simon Marquis de Laplace, Louis Augustin Cauchy, Arthur Cayley, um nur einige zu nennen (Knobloch 1994). Stets spielte die Suche nach einer geeigneten Symbolik eine maßgebliche Rolle. Dies trifft im bisher unbekannten Maße vor allem auf Gottfried Wilhelm Leibniz zu.

Er erfand dazu eine Art algebraische Indexbezeichnung, insbesondere Doppel- und Mehrfachindizes, die sich von den modernen, offensichtlich mit Cauchy zum ersten Mal auftretenden Doppelindizes (Cauchy 1815) nur dadurch unterscheiden, dass der indizierte Buchstabe fortgelassen ist: Die linken und rechten Ziffern drücken die Zugehörigkeit zu einer Gleichung bzw. Potenz einer Unbekannten aus.

Es ist offenbar kein Zufall, dass die ersten derartigen datierten Handschriften, auf denen er sich zugleich zum ersten Mal ausführlich über die Vorteile seiner neuen Schreibweise äußert, vom Juni 1678 stammen. Denn es scheint einiges dafür zu sprechen, dass er diese Mehrfachindizes nicht von vornherein zielstrebig erdacht hat, sondern dass sie sich zunächst aus einem äußerlichen Grund von selbst einstellten und dass erst daraufhin ihr Wert erkannt wurde, ein Sachverhalt, den Mahnke für Leibnizens geometrische Indexschreibweise nachgewiesen hat (Mahnke 1912/13, 251). Dafür sprechen vor allem zwei Aufzeichnungen vom 30.5. bzw. 2.6.1678, die sich aufeinander beziehen (LH 35 XII,1 Bl. 312 bzw. 313). In der zweiten will Leibniz lineare Terme mit Faktoren der Form

$$1 + 2x + 3y + 4z + 5xy + 6xz + 7yz + 8x^2 + 9y^2 + 10z^2 \text{ usf.},$$

$$11 + 12x + 13y + 14z \text{ usf.},$$

$$21 + 22x + 23y + 24z \text{ usf.}$$

multiplizieren.

In den beiden letzten Fällen, wo bereits nach dem vierten Term abgebrochen, das heißt nicht über den neunten hinausgegangen wird, könnte man ohne den Kontext nicht mehr entscheiden, ob es sich um echte Doppelindizes handelt oder nicht. Dies hat wohl auch Leibniz so gesehen. Denn ausgerechnet im Juni 1678 schildert er mit geradezu rhetorischem Pathos Zweck und Vorteile seiner Art, Zahlen zu verwenden, wie es in zahlreichen späteren Studien in ähnlicher Form immer wieder geschieht. Drei Dinge hebt er dabei hervor (LDK Nr. 2, S. 5):

1. Die Zahlen ermöglichen in jeder Phase der Rechnung eine Kontrolle, sei es durch Neuner- und / oder Elferprobe, sei es durch Summation.

2. Die Zahlen vermögen die verschiedenen Ordnungen, Stellungen (*ordines*) und Beziehungen (*relationes, rapports*) bzw. Zugehörigkeiten zwischen den Größen und Charakteren genau auszudrücken.