

## Einstieg

---

# 1

### Inhaltsvorschau

Das erste Kapitel dient als Einstieg in die Physik. In kompakter Form werden wichtige Begriffe und mathematische Voraussetzungen zum Verständnis der folgenden Kapitel zusammengefasst. Am Beginn steht ein Überblick über zentrale physikalische Themen, der ihre Bedeutung für Medizin und Pharmazie verdeutlichen soll.

## Motivation

---

### 1.1

---

Physik, Chemie, Biologie – diese Naturwissenschaften gehören zu jedem Grundlagen-Studium in Pharmazie und Medizin, aber auch in den zahlreichen Studiengängen des allgemeinen Gesundheitswesens. Die Physik zeichnet aus, dass sie auch **Grundlage** der anderen Naturwissenschaften ist – daran kommt man also nicht vorbei.

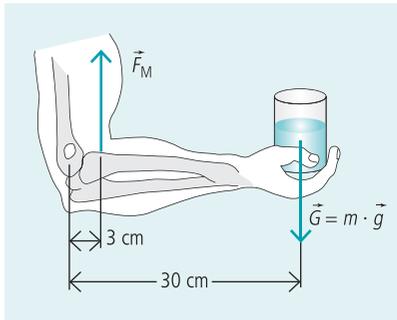
Außerdem listen die Gegenstandskataloge für die ersten Prüfungen der Mediziner und Pharmazeuten viele unmittelbare **Anwendungen** der Physik auf. Das beginnt mit der klassischen Mechanik für den Stütz- und Bewegungsapparat des Menschen, betrifft aber auch die Fluidmechanik von Blut und Sauerstoff. Die Wärmelehre beschreibt Aggregatzustände, Reaktionskinetik und Mehrphasensysteme. Ohne Strom und Spannung sind weder Elektrochemie noch Neurophysiologie zu verstehen.

Elektromagnetismus und Optik haben natürlich Anwendungen in der Medizintechnik, aber ebenso für diagnostische Verfahren vom Polarimeter bis zum Kernspin-Tomographen. Die Struktur der Materie, Atom- und Molekülaufbau, muss jeder kennen, der mit Röntgenstrahlen untersucht oder eine Strahlentherapie anwendet. Dieses letzte Kapitel zeigt aber auch, wie tief die Physik eindringt in das grundsätzliche Verständnis unserer Welt – und das ist spannend für jeden Studierenden der Lebens- und Naturwissenschaften.

Die Physik hat viele medizinische und pharmazeutische Anwendungen.

### ●● Beispiel 1.1 Der einarmige Hebel

Häufig taucht das Problem in der Freizeit auf: Ein mit Flüssigkeit gefülltes Glas soll zum Mund bewegt werden. Wäre die Muskelkraft  $F_M$  nur gleich der Gewichtskraft  $G$  des Glases (in der umgekehrten Richtung), so bliebe der Trinker durstig. Die Physik beschreibt das Beispiel in **Abb. 1.1** mit einer Drehmomenten-Gleichung, im Alltag auch »Hebelgesetz« genannt. Demnach muss der Zahlenwert von  $F_M$  hier zehnmal so groß sein wie der von  $G$  (► Kap. 2.4.2).



● **Abb. 1.1** Muskelkraft  $F_M$  und Gewichtskraft  $G$  sind beim Unterarm-Hebel ungleich.

## 1.2 Physikalische Größen und Einheiten

**Achtung:**  
Größen haben immer eine Einheit!

Reine Zahlenwerte haben nur in der Mathematik Bedeutung. In der Naturbeschreibung geht es um **Größen**, also das Produkt eines Zahlenwertes und einer Einheit (auch »Maßzahl« und »Maßeinheit« genannt):

### ●● Merke

Physikalische Größe = Zahlenwert · Einheit

### ●● Beispiel 1.2 Messergebnisse sind Größen

Bei **Messergebnissen** wie »100 m« oder »10 s« wird der Zusammenhang sofort klar: Legt man hundertmal einen Maßstab von einem Meter Länge hintereinander, hat man die Strecke  $s = 100$  m abgemessen. Während eines Zeitintervalls von  $t = 10$  s ist offensichtlich die Zeiteinheit »eine Sekunde« zehnmal verstrichen. Die vorgeschriebene Schreibweise für die Einheit einer Größe ist übrigens  $[s] = \text{m}$  oder  $[t] = \text{s}$ . Außerdem werden Größen kursiv gedruckt – was sich hier zur Unterscheidung der Strecke von der Zeiteinheit schon bewährt.

Das internationale Maßsystem

Leider gibt es unzählige historische und nationale Einheiten, und auch für eine bestimmte Größe wie die Länge oder die Zeit werden in der Praxis viele unterschiedliche verwendet. Um Größenangaben weltweit vergleichbar zu machen, wurde das **Internationale Einheitensystem** verbindlich – in Deutschland sogar gesetzlich – eingeführt (*Système International d'Unités*, abgekürzt **SI**). Um die SI-Einheiten überall reproduzieren zu können, sind außerdem **Normale** vereinbart worden. Für die Länge verwendete man früher das noch immer gern zitierte »Urmeter«, einen



◉ **Abb. 1.2** Die Physikalisch-Technische Bundesanstalt (PTB) betreibt Cäsium-Atomuhren zur Steigerung der Präzision im Zwillingbetrieb.



◉ **Abb. 1.3** Die verschiedenen Kopien des Urkilogramms in Frankreich – im Bild das Exemplar der PTB – unterscheiden sich inzwischen um einige Mikrogramm; eventuell ist die Ursache zu häufiges Putzen.

Platin-Iridium-Stab mit Markierungen in exakt einem Meter Abstand. »Exakt« ist allerdings relativ zu verstehen: Die Genauigkeit von  $10^{-7}$  (ein zehntausendstel Millimeter bzw.  $0,1 \mu\text{m}$ ) reicht schon lange nicht mehr aus; nach einer Zwischenlösung mittels einer optischen Wellenlänge wird heute die Länge durch eine Zeitmessung festgelegt.

Tatsächlich sind Uhren die exaktesten Messinstrumente. Mittels »Atomuhren« (◉ Abb. 1.2) erreicht man inzwischen Gangabweichungen von nur 1 Sekunde in 30 Millionen Jahren. Mithilfe der ebenso genau definierten Lichtgeschwindigkeit  $c_0 = 299792458 \text{ m/s}$  ist seit 1983 das Meter wie folgt festgelegt:

### Merke

1 Meter ist die Strecke, die das Licht im Vakuum in  $1/299792458 \text{ s}$  zurücklegt.

Die Länge (oder Strecke) und die Zeit sind **Basisgrößen** mit den entsprechenden **Basiseinheiten** **m** und **s**; in der Mechanik benötigt man als dritte nur noch **kg** (Kilogramm) als die Basiseinheit der **Masse**. An einem hochgenauen Normal dafür wird gearbeitet, aber vorläufig gilt als »Urkilogramm« der Platin-Iridium-Zylinder von 1889 (◉ Abb. 1.3).

In der gesamten Physik benötigt man nur sieben SI-Basisgrößen mit den entsprechenden Basiseinheiten; sie sind in **Tab. 1.1** mit den üblichen Formelzeichen bzw. Symbolen aufgelistet. Alle anderen Größen werden durch **abgeleitete Einheiten** dargestellt. Das einfachste Beispiel dafür ist die Einheit der oben zitierten Lichtgeschwindigkeit  $c_0$  (in der allein zulässigen Schreibweise mit eckigen Klammern):  $[c_0] = \text{m/s}$ .

● ●  
Nur drei Basisgrößen in der Mechanik;  
Basiseinheiten: m, s, kg

■ **Tab. 1.1** Basisgrößen und Basiseinheiten des SI

Art der Basisgröße	Name der Basiseinheit	Formelzeichen für die Basisgröße	Symbol für die Basiseinheit
Länge	Meter	$l$	m
Zeit	Sekunde	$t$	s
Masse	Kilogramm	$m$	kg
Elektrische Stromstärke	Ampere	$I$	A
Temperatur	Kelvin	$T$	K
Lichtstärke	Candela	$I_v$	cd
Stoffmenge	Mol	$n$	mol

### Merke

Größen können mit verschiedenen Symbolen bezeichnet werden (z. B. Längen:  $l$ ,  $s$ ,  $d$ , ...), und Symbole können verschiedene Größen bezeichnen (z. B.  $E$ : Energie, elektrische Feldstärke, ...).

Abgeleitete Einheiten bekommen häufig Namen.

Alle wichtigen abgeleiteten SI-Einheiten sind mit ihren üblichen Namen (zu Ehren bedeutender Physiker wie NEWTON, VOLT, WATT usw.) im Anhang I zusammengestellt.

### Info 1.1 Gesetzliche und andere Einheiten

Die SI-Einheiten werden als **kohärent** bezeichnet, weil sie sich ohne Zahlenfaktoren umrechnen bzw. umformen lassen – aus diesem Grund ist auch das Kilogramm und nicht das Gramm eine Basiseinheit. Selbstverständlich sind im Alltag und im Geschäftsleben weitere Einheiten üblich, aber nicht unbedingt zulässig. Für die **Geschwindigkeit** zum Beispiel ist **Kilometer pro Stunde (km/h)** eine »gesetzliche« Einheit:

$$1 \text{ km/h} = 1000 \text{ m}/3600 \text{ s} \approx 0,28 \text{ m/s.}$$

**Knoten (kn)** hingegen ist eine sehr spezielle und gewissermaßen nur geduldete Einheit aus der Schifffahrt:

$$1 \text{ kn} \approx 0,5 \text{ m/s.}$$

Es gibt auch ungesetzliche und darum ungültige Einheiten wie die **Pferdestärke (PS)** für die **Leistung**, die ausschließlich in **Watt (W)** angegeben werden darf (► Kap. 2.3.4):

$$1 \text{ PS} \approx 735 \text{ W.}$$

Vermutlich wird die Pferdestärke aus der Kutschenzeit aber noch die Elektroautos der Zukunft begleiten.

Der Zahlenwert physikalischer Größen kann in einem gewaltigen Umfang variieren. Wenn man z. B. die Masse des beobachtbaren Universums als Dezimalzahl angeben will, braucht man 53 Nullen. Dieser Wert ist um eine Zahl mit 83 Nullen

■ **Tab. 1.2** Vorsätze und Vorsatzzeichen für dezimale Vielfache und Teile

Vorsatz	Vorsatzzeichen	Dezimalpotenz
Exa	E	$10^{18}$
Peta	P	$10^{15}$
Tera	T	$10^{12}$
Giga	G	$10^9$
Mega	M	$10^6$
Kilo	k	$10^3$
Hekto	h	$10^2$
Deka	da	$10^1$
Dezi	d	$10^{-1}$
Zenti	c	$10^{-2}$
Milli	m	$10^{-3}$
Mikro	$\mu$	$10^{-6}$
Nano	n	$10^{-9}$
Piko	p	$10^{-12}$
Femto	f	$10^{-15}$
Atto	a	$10^{-18}$

größer als die Masse des kleinsten Atombausteins, des Elektrons. Solche Maßzahlen gibt man mathematisch sinnvoll mittels **Zehnerpotenzen** an:

Universum:  $m_U \approx 10^{53}$  kg; Elektron:  $m_e \approx 10^{-30}$  kg.

Zehnerpotenzen-Schreibweise

Im Anhang 2 sind einige wichtige Konstanten wie die Ruhmasse des Elektrons  $m_e$  zum Nachschlagen aufgelistet, jeweils auch mit der höchsten bekannten Genauigkeit. Oft ist diese Präzision aber nicht nötig oder nicht erzielbar. Wenn nur die Zehnerpotenz angegeben wird, spricht man von der **Größenordnung** eines Zahlenwertes. Zum Beispiel hat der Durchmesser unserer Galaxis die Größenordnung  $10^{21}$  m, der des Wasserstoffatoms  $10^{-15}$  m, und die Körpergröße des Menschen liegt mit der Größenordnung  $10^0$  m dazwischen.

In einem bestimmten Bereich ist die Angabe von **Vorsilben** (genauer »Vorsätze« bzw. »SI-Präfixe«) eine Alternative. Sie werden in einer Stufung von  $10^3$  verwendet; die gebräuchlichsten sind in ■ Tab. 1.2 angegeben. Als Beispiel wurde bereits die SI-Basiseinheit **Kilogramm** verwendet. Ausnahmen von dieser Abstufung stammen meist aus dem täglichen Leben (»Dezimeter«, »Hektoliter«), andererseits haben die Vorsilben Mega und Giga durchaus Eingang in den alltäglichen Sprachgebrauch gefunden.

Vorsilben statt Zehnerpotenzen

### ● ● Beispiel 1.3 Vorsätze und Zehnerpotenzen

In der Astronomie geht es um große Entfernungen. Man verwendet dort als Längenangabe die Strecke, die das Licht in einem Jahr (»anno«) zurücklegt. In einer Überschlagsrechnung erhält man für ein **Lichtjahr** (Lj) in der SI-Einheit Meter:

$$1 \text{ Lj} = c_0 t \approx 300\,000 \text{ (km/s)} \cdot 1 \text{ a} = 3 \cdot 10^8 \text{ (m/s)} \cdot 60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365 \text{ s} \approx 3 \cdot 10^8 \cdot 32 \cdot 10^6 \text{ m} \approx 10^{16} \text{ m} = 10 \text{ Pm (Petameter)}.$$

Gebräuchlich ist auch die **Astronomische Einheit**, die historisch über den Radius der Erdbahn definiert wurde. Sie beträgt ungefähr  $1,5 \cdot 10^{11} \text{ m} = 150 \text{ Gm (Gigameter)}$ .

## 1.3 Messungen und Messunsicherheit

Mit der »Fehlerrechnung« wird die Messunsicherheit bestimmt.

Die Genauigkeit von Zahlenangaben wie im letzten Abschnitt wird meistens von deren Messung bestimmt. Dabei stößt man auf ein zunächst unbefriedigendes Phänomen: Wenn zum Beispiel die Fallzeit einer Kugel mehrmals mit einer Stoppuhr bestimmt wird, so sind oft alle Messergebnisse verschieden. Welches ist denn nun die »richtige« Fallzeit; welches Ergebnis ist »wahr«?

Richtig und wahr ist vor allem, dass jede Messung mit Fehlern behaftet und darum »unsicher« ist: Dem »wahren Wert« kann man sich prinzipiell nur so gut wie möglich annähern. Diese **Messunsicherheit** hat nichts mit echten Fehlern zu tun (wie dem verzögerten Uhrenstopp durch Unaufmerksamkeit). Auch bei größter Sorgfalt können **systematische Messfehler** auftreten (z. B. dass die Uhr zu schnell läuft) – diese muss man erkennen und abstellen oder korrigieren.

Statistische Fehler

Die zweite Kategorie stellen **zufällige** bzw. **statistische Fehler** dar (z. B. können die Reaktionszeiten bei jeder einzelnen Messung anders sein, aber rein zufällig mal kleiner und mal größer). Ihre mathematische Behandlung liefert das plausible Ergebnis, dass bei solchen »normal verteilten« Messwerten  $x_i$  (s. u.) der arithmetische **Mittelwert**  $\bar{x}$  aus allen  $n$  Messungen dem »wahren Wert« am nächsten kommt:

Mittelwert

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

Gleichung 1.1

Aber auch Messwerte in einem Intervall um den Mittelwert herum sind »richtig« und werden bei einer Fortsetzung der Messreihe mit einer gewissen (zu größeren Abweichungen abnehmenden) Wahrscheinlichkeit auftreten. Dieses Intervall, der **Vertrauensbereich**, lässt sich bestimmen, wenn man die benötigte Wahrscheinlichkeit dafür vorgibt, dass ein Messwert in diesem Bereich liegt (das »Vertrauensniveau«); üblich sind z. B. 68,3 % oder 95,0 %. Zur Berechnung benötigt man die **Standardabweichung der Einzelmessung**:

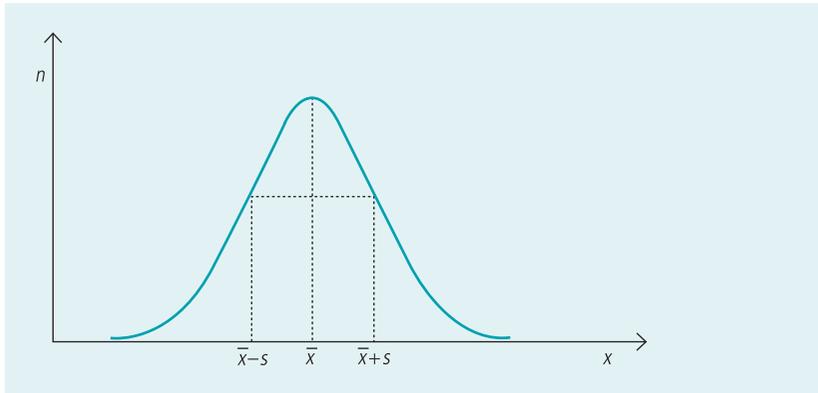
Vertrauensbereich und Vertrauensniveau

Standardabweichung der Einzelmessung

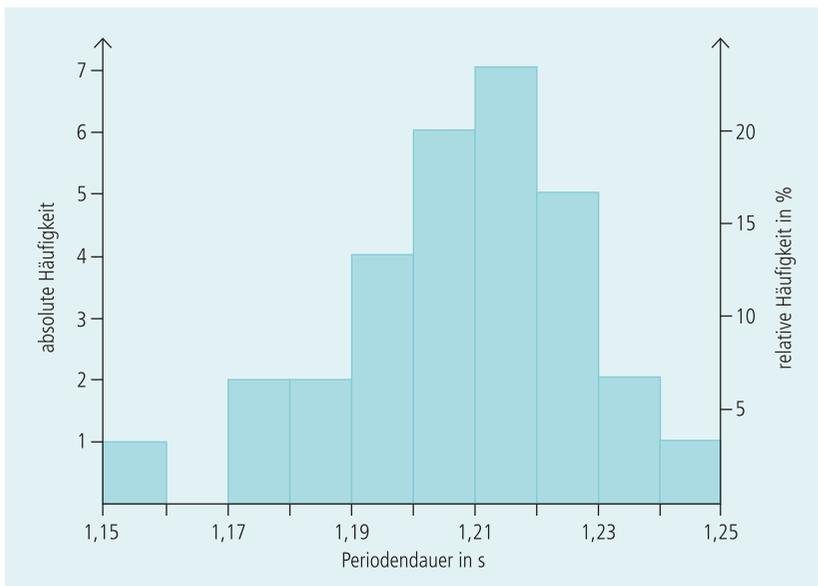
$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Gleichung 1.2

Sie kann als ein Maß für die Streuung der Messwerte interpretiert werden, wenn die Messung  $(n-1)$ -mal wiederholt wird. Sind die Messwerte »normal verteilt«, so liegen



○ **Abb. 1.4** Die Gauss'sche Normalverteilung wird durch eine sogenannte »Glockenkurve« dargestellt.



○ **Abb. 1.5** Histogramm für die Messwert-Verteilung der Werte aus ■ Tab. 1.4

sie symmetrisch um den Mittelwert. Die **Normalverteilung** nach Gauss für sehr viele Messungen (mathematisch:  $n \rightarrow \infty$ ) wird von der **Glockenkurve** in ○ Abb. 1.4 beschrieben. Sie hat ihr Maximum, also den am häufigsten gemessenen Wert, beim Mittelwert  $\bar{x}$ , und in das Intervall  $\bar{x} \pm s_x$  fallen 68,3% der Messwerte. Anders formuliert: Wenn man sehr häufig misst, ist der Vertrauensbereich für ein Vertrauensniveau von 68,3% gerade durch die Standardabweichung  $s_x$  gegeben.

Für kleinere **Stichproben** bzw. Wiederholungen von Messungen kann man sich einen Eindruck von der symmetrischen Verteilung um den Mittelwert verschaffen, wenn man die Spanne vom kleinsten bis zum größten Wert in Intervalle bzw. **Klassen** aufteilt und abzählt, wie viele Messwerte jeweils hineinfallen. Die graphische Darstellung dieser Häufigkeitsverteilung nennt man **Histogramm** (○ Abb. 1.5).

Eine Normalverteilung wird durch die Glockenkurve dargestellt.

Histogramm

### ● ● Beispiel 1.4 Häufigkeitsverteilung und Histogramm

Im Physikpraktikum wird die Periodendauer  $t_p$  einer Pendelschwingung (► Kap. 7.1) dreißig Mal mit einer einfachen Stoppuhr – d. h. mit einer »Genauigkeit«, genauer **Zeitauflösung**, von 0,01 s – gemessen; dabei soll der systematische Messfehler (hier die Ganggenauigkeit der Uhr) vernachlässigbar sein. Die Ergebnisse sind in ■ Tab. 1.3 aufgelistet.

Die Messwerte werden nun so in zehn äquidistante Klassen eingeteilt, dass jeweils die untere Klassengrenze enthalten ist. Die resultierende Verteilung ist in ■ Tab. 1.4 numerisch und in ● Abb. 1.5 als Histogramm dargestellt. Dessen annähernd symmetrische Form und Ähnlichkeit mit der Glockenkurve in ● Abb. 1.4 bestätigt, dass die Messfehler tatsächlich rein zufälliger Natur sind. – Histogramme sind auch zur Interpretation von Produktionsstatistiken (z. B. von Tabletten [Bauer/Frömming/Führer]) und vielen anderen Werteverteilungen nützlich.

Statistische Messunsicherheit

Um nun den Vertrauensbereich für kleinere Anzahlen  $n$  von Messwerten wie in ■ Tab. 1.3 zu berechnen, wird die **Standardabweichung des Mittelwertes**  $\Delta\bar{x}$  gebildet und noch mit dem sogenannten  $t$ -Faktor multipliziert; das ergibt die **statistische Messunsicherheit**:

$$u_x = t \cdot \Delta\bar{x} = \frac{t}{\sqrt{n}} s_x$$

Gleichung 1.3

Der  $t$ -Faktor korrigiert die Verteilung weniger Messwerte.

Der  $t$ -Faktor berücksichtigt sowohl die Anzahl der Messungen  $n$  als auch das gewünschte Vertrauensniveau. Natürlich steckt dahinter wiederum mathematische Statistik, aber im Hochschullabor oder in der Berufspraxis darf man  $t$  einfach nachschlagen [Wätzig, Mehnert, Bühler]. Anschaulich ist  $\Delta\bar{x}$  bzw.  $u_x$  ein Maß für die Zuverlässigkeit des Mittelwertes. Zahlenangaben sind oft leichter zu interpretieren, wenn man die statistische Messunsicherheit relativ zum Mittelwert angibt, zum Beispiel in Prozent.

■ **Tab. 1.3** Eine Messreihe für Pendelschwingungen ( $n = 30$ )

Messwerte
1,17 / 1,21 / 1,19 / 1,21 / 1,23 / 1,15 / 1,20 / 1,21 / 1,18 / 1,20
1,22 / 1,17 / 1,20 / 1,21 / 1,22 / 1,22 / 1,24 / 1,20 / 1,19 / 1,23
1,21 / 1,20 / 1,18 / 1,22 / 1,20 / 1,19 / 1,21 / 1,22 / 1,19 / 1,21

## 3 Mechanik: Deformierbare Körper

### Inhaltsvorschau

Reale »Festkörper« – dazu zählen auch menschliche Knochen – können **elastisch verformt** werden; dafür gelten einige einfache Gesetzmäßigkeiten. Bei höherer Belastung kommt es zu dauerhafter Verformung bzw. zum Bruch.

**Flüssigkeiten** und **Gase** – wie Blut und Atemluft – haben ebenfalls besondere mechanische Eigenschaften und benötigen Größen wie **Druck** und **Oberflächenspannung** zu ihrer Beschreibung.

### 3.1 Verformung und Elastizität von Festkörpern

Elastische Verformungen sind reversibel.

Der »starre Körper«, wie er bei Drehbewegungen in ► Kap. 2.4 vorkam, ist eine Fiktion wie der »Massepunkt« in ► Kap. 2.1. Tatsächlich zeichnen sich Festkörper gegenüber Flüssigkeiten und Gasen dadurch aus, dass sie ohne äußere Einwirkung formstabil sind. Sie sind aber durch Kräfte verformbar; wenn dies reversibel geschieht, spricht man von Elastizität.

#### 3.1.1 Hooke'sches Gesetz

Der übersichtlichste Fall einer Verformung, nämlich eine lineare Dehnung, liegt bei der Verlängerung einer Spiralfeder vor. Auf diese Weise lässt sich auch eine Gewichtskraft mit der »Federwaage« (◉ Abb. 3.1; siehe auch ► Kap. 2.2.2) messen. Dabei ist die Verlängerung direkt proportional der angreifenden Kraft:

$$\Delta l \propto F$$

Gleichung 3.1

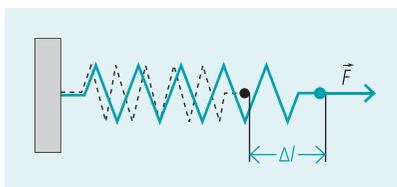
Mit der für die individuelle Feder charakteristischen **Federkonstanten**  $k$  lautet das **Hooke'sche Gesetz**:

$$F = k \cdot \Delta l$$

Gleichung 3.2

Hooke'sches Gesetz mit Federkonstante

Wirkt die Kraft auf einen zylinderförmigen Körper, etwa einen Stahlfaden, so wirkt sich unmittelbar eine spezifische Eigenschaft des Materials aus, nämlich der **Elastizitätsmodul**  $E$ . Man definiert außerdem die Kraft pro Zylinderquerschnittsfläche  $A$  als **mechanische Spannung**  $\sigma$  und bezeichnet die auf die Ursprungslänge bezogene



◉ **Abb. 3.1** Bei der Federwaage ist die Kraft  $F$  proportional zur Längenänderung  $\Delta l$ .

Verlängerung als **Dehnung**  $\varepsilon$ . Damit lautet die vollständige Formulierung des Hooke'schen Gesetzes:

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E} \cdot \frac{F}{A} \quad \text{bzw.} \quad \sigma = E\varepsilon \quad \text{Gleichung 3.3}$$

Hooke'sches Gesetz mit Elastizitätsmodul

### Beispiel 3.1 Elastizitätsmodul

Anschaulich beschreibt der »E-Modul« den Widerstand eines Materials gegenüber seiner Verformung. Physikalisch wird er – wie der Druck, vgl. ► Kap. 3.2.1 – als Kraft pro Fläche in N/m<sup>2</sup> bzw. Pa (Pascal) gemessen. In der medizinischen Literatur ist auch die Angabe in kN/mm<sup>2</sup> üblich:

$$1 \text{ kN/mm}^2 = 10^3 \text{ N/10}^{-6} \text{ m}^2 = 10^9 \text{ Pa} = 1 \text{ GPa}$$

Große Werte bedeuten also höhere Steifigkeit, kleinere größere Nachgiebigkeit.

**Typische Elastizitätsmoduln** für Metalle sind (in GPa):

**Iridium: 538, V2A- («Edel»-)Stahl: 210, Platin: 170, Titan: 110, Gold: 78, Blei: 16.**

Hingegen hat Hartgummi nur 5 GPa (ähnlich wie viele Kunststoffe), Kautschuk sogar nur 0,05 GPa. In einem mittleren Bereich liegt der menschliche Knochen mit 18–21 GPa – übrigens gilt der höhere Wert für Männer.

Gleichung 3.3 gilt nicht nur bei **Zug**, sondern auch bei **Druck** auf einen Festkörper und führt in diesem Fall zu seiner **Stauchung**. Auch bei einer seitlichen Belastung durch eine **Schubspannung**, genannt **Scherung** (◉ Abb. 3.2A), sowie bei einer Verdrillung bzw. **Torsion** (◉ Abb. 3.2B) gilt jeweils ein ähnlicher linearer Zusammenhang. Statt einer Längenänderung tritt hier ein Scher- bzw. Drillwinkel  $\alpha$  auf. Darum kann man das Hooke'sche Gesetz auch allgemein formulieren:

#### Merke

Die Verformung eines elastischen Körpers ist der einwirkenden Kraft proportional.

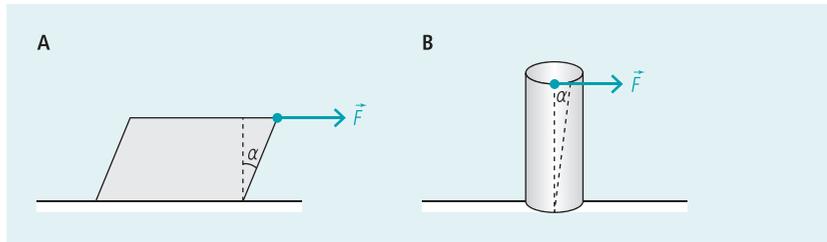
## Plastische Verformung und Bruchbelastung

### 3.1.2

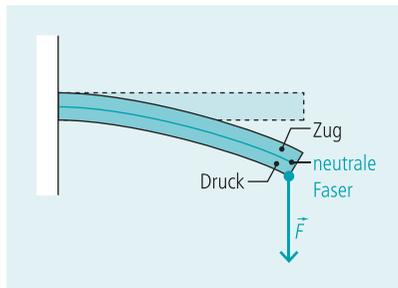
Das Hooke'sche Gesetz gilt allerdings nur bis zu einer bestimmten Maximalbelastung, die auch dann schon mit einer Querschnittsveränderung verbunden ist (bei Zug mit einer **Querkontraktion**). Bei Überschreitung der elastischen Phase wird sich ein Stahlfaden zunächst **plastisch** verformen (bei Zug also irreversibel verlängern) und schließlich reißen.

Bei der **Biegung** treten mechanische Spannungen sowohl als Druck als auch als Zug auf (◉ Abb. 3.3). Beide Bereiche sind durch die »neutrale Faser« getrennt, die keinen Beitrag zur Formstabilität leistet und darum auch entbehrlich ist – wie die Natur bei Röhrenknochen oder Pflanzenhalmen zeigt. Wiederum tritt beim Überschreiten der elastischen Grenze eine dauerhafte Formänderung auf, hier die **Knickung**; ggf. folgt der **Bruch**. Bei einer starken Verdrillung – wie sie z. B. bei bestimmten sportlichen Aktivitäten am Unterschenkel auftreten kann – entsteht eine **Torsionsfraktur**.

Auf die elastische und die plastische Phase folgt die Zerstörung des Festkörpers.



● **Abb. 3.2** Die Scherung (A) bzw. Torsion (B) eines elastischen Festkörpers durch eine Kraft  $F$  ist mittels des Scher- bzw. Drillwinkels  $\alpha$  messbar.



● **Abb. 3.3** Am Beispiel eines einseitig eingespannten Balkens erkennt man die Zonen von Druck- und Zugbelastung bei der Biegung sowie die neutrale Faser dazwischen.

### ●● Info 3.1 Elastische und spröde Materialien

In der Natur tritt meistens eine Kombination von elastischer Volumenänderung und Scherung bzw. Torsion auf. Wichtigstes Beispiel sind die Knochen, die aus kollagenen Fasern und Knochenkalk mit Lamellenstruktur aufgebaut sind. Diese Struktur bestimmt ihre Festigkeit gegenüber Zug-, Druck- und Schubkräften – oder den Verlauf entsprechender Frakturen, da der plastische Übergangsbereich hier fehlt. Trotz dieses **spröden** Verhaltens kann bei komplexen Gebilden wie der Wirbelsäule die Biege-Beanspruchung sehr hoch werden. Einen wichtigen Beitrag liefert die **Viskoelastizität** von Knorpel, Sehnen und Bändern, also deren teilweise »fließende«, zeitabhängige Formänderung unter Belastung.

Noch komplizierter – weil nichtlinear – ist das elastische Verhalten der Arterien. Als eine Art dehnbare Schläuche übernehmen sie vor allem in Herznähe den Druckausgleich der Herz-Pumpstöße als elastischer Puffer (»Windkesseneffekt«). Medizintechnisch ist die Kombination von Härte und Elastizität der Materialien u. a. für die Prothetik und den Zahnersatz von Bedeutung.

Bei der Tablettierung von Arznei- mit Hilfsstoffen findet ebenfalls zunächst eine elastische Verformung statt, die beim Überschreiten der Elastizitätsgrenze irreversibel bleibt. Wenn die Mischung dabei spröde wird, weist die Tablette oft eine zu geringe Formstabilität und Abriebfestigkeit auf.

## Stationäre Flüssigkeiten und Gase

Flüssigkeiten unterscheiden sich von Festkörpern dadurch, dass sie ein nahezu konstantes Volumen, aber keine bestimmte Form haben. Ursache sind die geringeren Bindungskräfte zwischen den Teilchen, also den Atomen oder Molekülen (► Kap. 9). Bei Gasen entfällt diese gegenseitige Anziehung fast ganz, sodass die Teilchen jedes Gefäß ausfüllen. Dabei ändert sich allerdings der Druck.

### Druck

Flüssigkeiten und Gase – oft gemeinsam als **Fluide** bezeichnet – können bereits in Ruhe eine Kraft auf eine Fläche ausüben. Dieser Quotient ist der **Druck**:

$$p = \frac{F}{A}$$

Gleichung 3.4

Seine SI-Einheit ist nach PASCAL benannt:  $[p] = \text{N}/\text{m}^2 = \text{Pa}$  (vgl. Beispiel 3.1). Darüber hinaus gibt es eine Vielzahl internationaler und historischer Einheiten, von denen sich in der Medizin vor allem »Millimeter Quecksilbersäule« ungebrochener Beliebtheit erfreut (und speziell zur **Blutdruckmessung** auch gesetzlich erlaubt ist):  $1 \text{ mmHg} \approx 133,3 \text{ Pa}$ .

Der Wert resultiert aus dem **Schweredruck** von Flüssigkeiten. Eine Quecksilbersäule von 760 mm Höhe übt durch ihre Gewichtskraft auf eine Fläche denselben Druck aus wie die entsprechende Luftsäule der Atmosphäre bei  $0^\circ\text{C}$  auf Meeresniveau (»Normaldruck«). Dieser (mittlere, wetterabhängig schwankende) Luftdruck wurde ursprünglich mit  $1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$  angegeben;  $1 \text{ mbar}$  entsprechen also  $100 \text{ Pa} = 1 \text{ hPa}$  (Hektopascal) – eine typische Angabe der Meteorologen.

Der Schweredruck wächst in Flüssigkeiten linear mit der Eintauchtiefe:

$$p_S = \rho gh$$

Gleichung 3.5

Schweredruck

In dieser Gleichung ist die **Dichte** der Flüssigkeit enthalten:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

Gleichung 3.6

Dichte

In Wasser mit  $\rho_w = 1000 \text{ kg}/\text{m}^3$  erhält man z. B. bei einer Flüssigkeitssäule der Höhe  $10 \text{ m}$  den Schweredruck:

$$p_S = 1000 \text{ (kg}/\text{m}^3) \cdot 10 \text{ (m}/\text{s}^2) \cdot 10 \text{ m} = 10^5 \text{ (kg} \cdot \text{m}/\text{s}^2)/\text{m}^2 = 10^5 \text{ N}/\text{m}^2 = 10^5 \text{ Pa}.$$

Ein Taucher spürt also in dieser Tiefe einen zusätzlichen Druck, der dem Luftdruck entspricht. Große Tauchtiefen erfordern entsprechende Schutzmaßnahmen für den Körper, und anschließend übrigens ein langsames Auftauchen, da durch die Druckreduzierung und die verringerte Gaslöslichkeit u. a. Stickstoff-Bläschen im Blut entstehen, die zur Embolie führen können (»Taucherkrankheit«, ► Kap. 4.7.1).

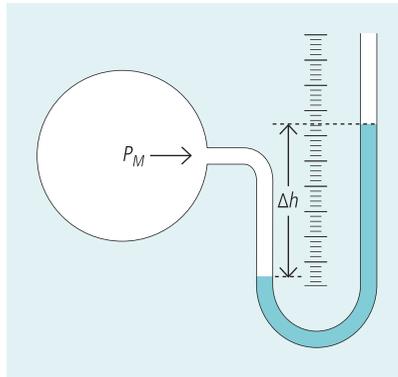
## 3.2

Flüssigkeiten nehmen jede Form an, behalten aber ihr Volumen.

Bei Gasen ist das Volumen mit dem Druck verknüpft.

### 3.2.1

**Achtung:** Der Druck ist ein Skalar, weil er in alle Richtungen gleich wirkt. Der Kraftvektor wirkt immer senkrecht auf die Fläche.



● **Abb. 3.4** Leicht durchschaubar, aber aus den Labors fast verschwunden: das klassische U-Rohr-Manometer. Im linken Rohr ist der Druck höher als der Luftdruck im offenen Rohr rechts.

### ●● Info 3.2 Druckmessung

Beim klassischen **U-Rohr-Manometer** (● Abb. 3.4) wäre bei gleichem Schweredruck  $\rho_s$  auch die Höhe der beiden Flüssigkeitssäulen gleich. Der zu messende Zusatzdruck  $p_M$  kann aus der Höhendifferenz  $\Delta h$  ermittelt werden.

Moderne Drucksensoren nutzen elektronische Messfühler und digitale Anzeigen. Ein solcher Sensor an der Spitze eines Katheters gestattet auch die exakte, aber »blutige« Blutdruckmessung in den Gefäßen oder einer Herzkammer. Nach der **Methode von Riva-Rocci** kann glücklicherweise auch indirekt gemessen werden: Eine aufblasbare Manschette klemmt die Gefäße zunächst ab. Sinkt der äußere Druck unter den Blutdruck, wird zunächst die pulsierende systolische Strömung nachweisbar und dann der diastolische Übergang in den gleichmäßigen Fluss. Bei manueller Messung werden meistens die durch Wirbelbildung (► Kap. 3.3.2) entstehenden »Korotkow-Geräusche« per Stethoskop abgehört, während automatische Messgeräte die pulssynchronen Schwingungsamplituden der Gefäßwand auswerten (oszillometrische Methode).

Blut hat eine ähnliche Dichte wie Wasser und damit den gleichen Schweredruck. Ein Höhenunterschied von 1 m verursacht darum eine Druckdifferenz von  $10^4$  Pa bzw. 76 mmHg (s. o.). Schwankungen der Sensorhöhe (z. B. am Handgelenk) um  $\pm 13$  cm verändern also den Blutdruck bereits um  $\pm 10$  mmHg!

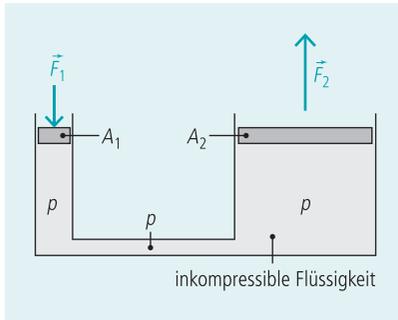
Allseitige Druckausbreitung

In Flüssigkeiten breitet sich der Druck nach allen Seiten aus, weil sie weitgehend **inkompressibel** sind. Der Stempel- oder **Kolbendruck** – etwa in einer Spritze – wirkt also sowohl auf die Gefäßwände wie auf eine Öffnung. Ist dort ein zweiter, beweglicher Kolben angebracht, so spricht man von einer **hydraulischen Presse**: Wegen des überall gleichen Drucks  $p = F/A$  kann mit einer größeren Fläche eine größere Kraft ausgeübt werden (● Abb. 3.5).

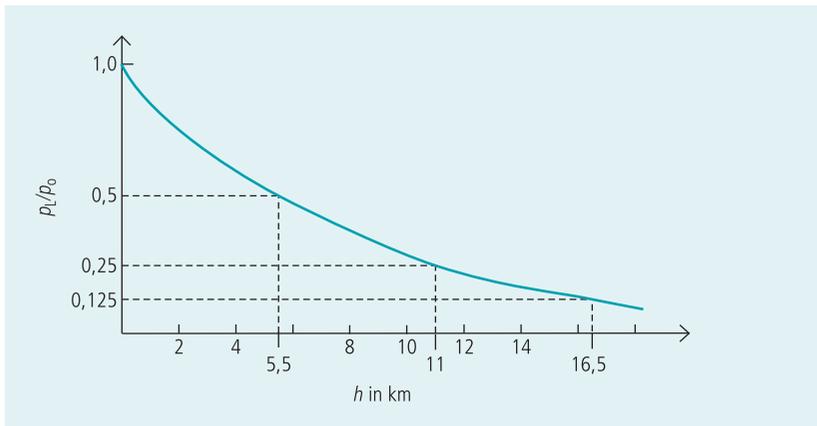
Luftdruck

Der Schweredruck in Gasen ist komplizierter zu berechnen, da Gase **kompressibel** sind, also auch unter ihrem eigenen Gewicht die Dichte zunimmt. In der Konsequenz stellt sich eine exponentielle Abnahme mit der Höhe  $h$  ein, wie ihn die **barometrische Höhenformel** für den Luftdruck  $p_L$  in der Erdatmosphäre beschreibt. ● Abb. 3.6 zeigt  $p_L$  bezogen (»normiert«) auf den Luftdruck in Meereshöhe  $p_0$  und in Abhängigkeit von  $h$ . Man erkennt, dass die **Halbwerthöhe**, bei der  $p_L$  jeweils auf die Hälfte sinkt, 5,5 km beträgt.

Allgemein gilt für Gase, dass bei Volumenvergrößerung der Druck sinkt und eine Kompression den Druck erhöht. Dieser einfache Zusammenhang (ohne Be-



● **Abb. 3.5** Bei der hydraulischen Presse wird die Kraft im Verhältnis der Flächen vergrößert. Der Weg verkleinert sich entsprechend, da die Arbeit konstant bleiben muss!



● **Abb. 3.6** Beim Aufstieg in der Erdatmosphäre sinkt der Luftdruck bei einer 5,5 km größeren Höhe über dem Erdboden jeweils auf die Hälfte.

rücksichtigung der Temperatur, ► Kap. 4.6) wird als **Gesetz von Boyle-Mariotte** bezeichnet:

$$pV = \text{const.}$$

Gleichung 3.7

Boyle-Mariotte'sches  
Gesetz

### Info 3.3 Lunge und Atmung

Nach diesem Prinzip funktioniert auch die menschliche Atmung: Der ohnehin vorhandene Unterdruck in der Brusthöhle von ca.  $-5$  kPa sinkt innerhalb der Lunge auf ca.  $-8$  hPa, wenn deren Volumen mittels Rippen- und Zwerchfellmuskulatur vergrößert wird; so strömt Atemluft ein. Entsprechend bewirkt eine Verkleinerung des Volumens die Expiration durch Druckerhöhung. Eine Öffnung des Thorax durch einen Unfall oder während einer Operation hat Druckausgleich mit der Umgebung zur Folge und verhindert die natürliche Atmung. Speziell für die Lunge ist der Quotient aus Volumenänderung und Druckänderung relevant, der in der Medizin die (physiologische) **Compliance** genannt wird:  $C = \Delta V / \Delta p$ . Er ist ein Maß für die Dehnbarkeit von Gefäßen, also umgekehrt proportional ihrer Steifigkeit. Allerdings sind die Zusammenhänge komplizierter als bei festen Werkstoffen (► Kap. 3.1), weil nichtlinear: Die Dehnbarkeit hängt ihrerseits von der Dehnung ab, bei der Lunge von der Vorfüllung. Außerdem wird auch der Thorax gedehnt, sodass dessen Compliance den Atemapparat mit beeinflusst.

Dalton'sches Gesetz

Ein Gasgemisch – z. B. das von Sauerstoff und Stickstoff in der Atmosphäre – gehorcht den gleichen Gesetzen wie ein reines Gas: Die Summe der **Partialdrücke** seiner Bestandteile ergibt einfach den Gesamtdruck (**Gesetz von Dalton**). Für den typischen Sauerstoffanteil von 20 % beträgt der entsprechende Partialdruck also:  
 $p_{\text{O}_2} = 200 \text{ hPa} = 200 \text{ mbar} = 152 \text{ mmHg}$ .

Höhenkrankheit durch niedrigen Sauerstoff-Partialdruck

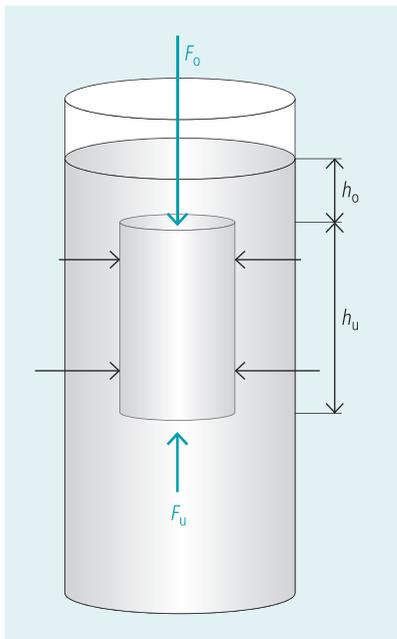
Bei etwa der Hälfte dieses Druckes – nach der barometrischen Höhenformel also in 5,5 km Höhe – tritt normalerweise eine  $\text{O}_2$ -Mangelversorgung auf (Höhenkrankheit durch Hypoxie). Extrembergsteiger können allerdings diesen physikalischen Zusammenhang physiologisch ausgleichen, u. a. durch Regulation des Hämoglobin-Sauerstoff-Transports und mittels erhöhter Produktion roter Blutkörperchen (Erythropoese). Auf diese Weise können sie auch Achttausender ohne Sauerstoffgerät bezwingen – langsam, mühsam, aber ruhmreich.

### 3.2.2 Auftrieb

Eine direkte Folge des unterschiedlichen Schweredruckes in Flüssigkeiten oder Gasen in unterschiedlichen Höhen ist der **Auftrieb** eingetauchter Körper. Er stellt eine der Gewichtskraft entgegen gerichtete Kraft dar, deren Betrag man am Beispiel eines Zylinders leicht berechnen kann (● Abb. 3.7).

Die Auftriebskraft als Differenz der Kräfte unten sowie oben ( $F_u > F_o$ ) ergibt sich aus den Drücken  $p_{u,o} = \rho \cdot g \cdot h_{u,o}$  als Produkt mit den (hier gleichen) Flächen  $A_{u,o}$ :

$$F_A = \rho \cdot g \cdot (h_u - h_o) \cdot A = \rho \cdot g \cdot V = m \cdot g = G_F$$



● **Abb. 3.7** Der Auftrieb entsteht durch die Differenz des Schweredruckes auf Unter- und Oberseite des Zylinders. (Die seitlichen Komponenten heben sich auf.)

## Wärmelehre

# 4

### Inhaltsvorschau

»Wärme« ist im Alltag ein diffuser Begriff, verbunden mit qualitativen Empfindungen wie »Hitze« und »Kälte«. In der Physik hingegen stellt die **Wärme** eine Energieform dar, die identisch mit der **kinetischen Energie** der Materiebausteine ist. Diese wird gespeichert in atomaren Schwingungen bei Festkörpern sowie ungeordneten Translations- und Rotationsbewegungen bei Flüssigkeiten und Gasen. Da »unzählig viele« Atome bzw. Moleküle beteiligt sind, beschreibt die physikalische **Thermodynamik** ihre Gesamtheit mit statistischen Methoden. Im Rahmen dieses Buches genügt jedoch eine phänomenologische Beschreibung von »Wärmezuständen« der Stoffe, und die wichtigste **Zustandsgröße** ist die Temperatur.

## Temperatur und thermische Ausdehnung

### 4.1

Zur Festlegung einer Temperaturskala braucht man zwei Fixpunkte. CELSIUS wählte dafür den Übergang von Wasser zu Eis als unteren ( $0\text{ }^{\circ}\text{C}$ ) und den zu Wasserdampf als oberen Fixpunkt; dazwischen liegen 100 Grade. Allerdings gilt das nur bei Normaldruck (► Kap. 3.2.1), und darum wird als physikalische Basisgröße die **thermodynamische Temperatur**  $T$  nach KELVIN verwendet. Sie beginnt beim absoluten Nullpunkt (kinetische Energie null) und nutzt den eindeutig definierten »Tripelpunkt« von Wasser als zweiten Fixpunkt. Da die Kelvinskala die gleiche Abstufung wie die **Celsiusskala** hat (aber nicht in »Grade« eingeteilt ist), kann man leicht umrechnen:

Celsius-Grade

SI-Einheit: Kelvin

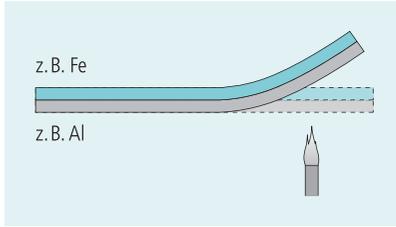
#### Merke

$$0\text{ K} = -273,15\text{ }^{\circ}\text{C}$$

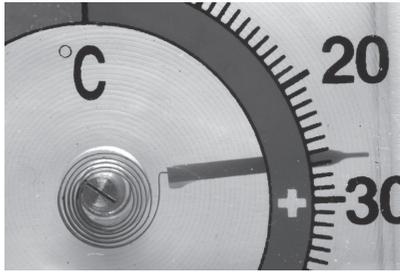
Zur **Temperaturmessung** lassen sich einige physikalische Effekte nutzen, die von der Wärme abhängig sind:

- Der elektrische Widerstand von Metallen und Halbleitern ändert sich mit der Temperatur, ebenso der von Elektrolyten (allerdings aus jeweils völlig unterschiedlichen Gründen, ► Kap. 5.4).
- Zwischen unterschiedlichen Metallen ändert sich die Kontaktspannung, sodass **Thermoelemente** als Thermometer dienen können.
- Intensität und Wellenlänge optischer Strahlung einer Oberfläche sind stark temperaturabhängig. Auf diese Weise lassen sich glühende Metalle berührungslos vermessen, aber auch für die menschliche Haut hat sich das Verfahren durchgesetzt (Ohrthermometer). Mit speziellen Kameras kann man sogar eine flächige Temperaturverteilung aufnehmen (Thermographie, ► Kap. 4.5.3)

Moderne Thermometer messen elektrisch oder optisch.



● **Abb. 4.1** Ein Bimetallstreifen verbiegt sich bei Erwärmung durch die unterschiedlichen Längenausdehnungskoeffizienten.



● **Abb. 4.2** Mit einem spiralförmig aufgerollten Bimetallstreifen lassen sich robuste Thermometer bauen.

#### ● ● Info 4.1 Körpertemperatur

Die Kerntemperatur des Körpers kann in der Intensivmedizin per Katheter überwacht werden. Meistens ist jedoch die rektale Messung ausreichend genau, während Messungen im Mund, in der Achselhöhle oder im Ohr bequemer sind, aber korrigiert werden müssen bzw. unsicher sein können.

Obwohl die Körpertemperatur sehr gut geregelt wird – in Extremfällen mit Zittern bzw. Schwitzen – schwankt sie im Tagesverlauf ca. 1,3 K um den Mittelwert 37 °C. Mit der Basaltemperatur (nächtliches Minimum, in der Praxis »Aufwachtemperatur«) kann der Menstruationszyklus überwacht werden. Andererseits zeigt eine erhöhte Körpertemperatur Infektionskrankheiten an. Tumore führen ebenfalls zur lokalen Überwärmung und können ggf. thermographisch diagnostiziert werden.

Klassische Thermometer nutzen Längen- oder Volumenänderungen.

Längenausdehnung

Klassische Thermometer beruhen allerdings auf der **thermischen Ausdehnung**. Bei Festkörpern gilt für die Längenänderung  $\Delta l$  bzw. die Länge in Abhängigkeit von der Temperatur  $l(T)$ :

$$\Delta l = \alpha l_0 \Delta T$$

Gleichung 4.1

$$l(T) = l_0 (1 + \alpha \Delta T)$$

Gleichung 4.2

Darin ist  $\alpha$  der Längenausdehnungskoeffizient. Er beträgt z. B. bei Eisen  $12 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$  und bei Aluminium das Doppelte. Die unterschiedliche Ausdehnung verschiedener Metalle nutzt man beim Bimetall-Thermometer aus: Die Krümmung ändert sich mit der Erwärmung (● Abb. 4.1) und kann zur Temperaturanzeige verwendet werden (● Abb. 4.2).

Eine wichtige Konsequenz hat die thermische Ausdehnung für Gläser: eine lokale Erwärmung des spröden Stoffes führt zum Bruch. Dagegen weisen Borsilikat-



● **Abb. 4.3** Bei klassischen Flüssigkeitsthermometern ist die Volumenausdehnung des Quecksilbers (oder ggf. des gefärbten Alkohols) wesentlich größer als die des Glasröhrchens.

glas (»Jenaer Glas«), Quarzglas und Glaskeramiken (»Ceran«) Ausdehnungskoeffizienten auf, die bis zu einer Größenordnung kleiner sind.

Die **Volumenausdehnung** von Flüssigkeiten wird analog mithilfe des Volumenausdehnungskoeffizienten  $\gamma$  formuliert. Zu beachten ist, dass sich auch die Dichte (siehe Gleichung 3.6) mit der Temperatur ändert:

$$V(T) = V_0(1 + \gamma \Delta T)$$

Gleichung 4.3

Volumenausdehnung

$$\rho(T) = \frac{\rho_0}{1 + \gamma \Delta T} \approx \rho_0(1 - \gamma \Delta T)$$

Gleichung 4.4

In den pharmazeutischen Regeln der Arzneibücher ist aus diesem Grund für Dichtebestimmungen die Temperatur vorgeschrieben, meistens 20 °C bzw. 293 K.

**Achtung:**

Die Dichte ist ggf. stark von der Temperatur abhängig.



#### Beispiel 4.1 Benzintank

Der Volumenausdehnungskoeffizient von Benzin beträgt  $\gamma = 106 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ . Werden im Sommer 50 Liter mit der Bodentank-Temperatur 10 °C in den Autotank gefüllt und dort auf 30 °C erwärmt, so wächst das Volumen auf:

$$V(30^\circ\text{C}) = 50 \text{ l} (1 + 106 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1} \cdot 20\text{K}) \approx 51 \text{ l}$$

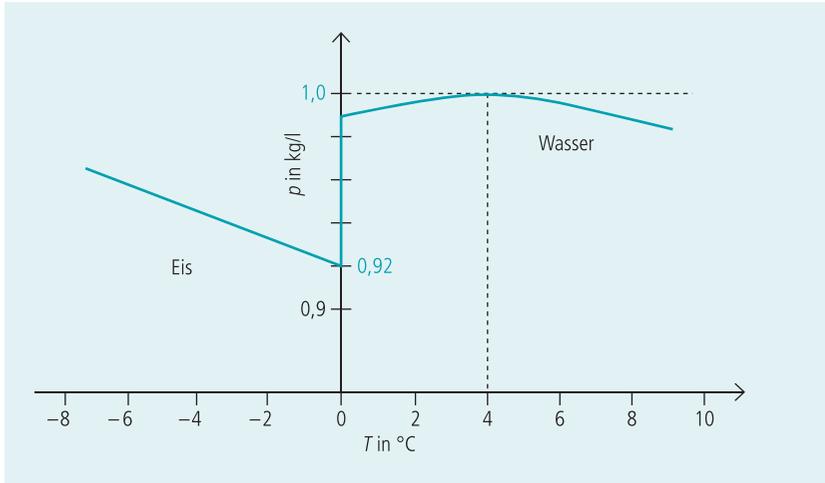
(Temperatur-Differenzen werden grundsätzlich in Kelvin angegeben; der Zahlenwert ist natürlich mit den Celsiusgraden identisch.) Entsprechend sinkt die Dichte auf:

$$\rho(30^\circ\text{C}) = 0,78 \frac{\text{kg}}{\text{l}} (1 - 106 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1} \cdot 20\text{K}) \approx 0,76 \frac{\text{kg}}{\text{l}}$$

Um genau zu berechnen, wie viel Benzin ausläuft, müsste allerdings die thermische Ausdehnung des Behälters berücksichtigt werden. Auch beim klassischen Thermometer wie in ● Abb. 4.3 kommt es auf den Unterschied zwischen (geringer) Glasausdehnung und (größerer) Flüssigkeitsausdehnung an.

Eine sehr wichtige Abweichung von Gleichung 4.1 zeigt ausgerechnet das Wasser. Durch den unsymmetrischen Aufbau des  $\text{H}_2\text{O}$ -Moleküls tritt ein Dichtesprung bei der Kristallbildung (zum Eis) auf, und die maximale Dichte wird im flüssigen Zustand bei +4 °C erreicht (● Abb. 4.4). Diese **Anomalie des Wassers** lässt Gewässer selten bis zum Grund zufrieren, Eis auf Wasser schwimmen und sprengt durch Erosion Felsen. (Auch Bierflaschen platzen im Gefrierschrank.)

Anomalie des Wassers



○ **Abb. 4.4** Wasser hat bei 4 °C die maximale Dichte und vergrößert beim Gefrieren sein Volumen um fast 10 %.

## 4.2 Wärme und Wärmekapazität

Wärme ist Energie.

Wärme als Energieform kann in Materie gespeichert werden, in der Natur am häufigsten in Wasser. Manchmal spricht man immer noch von einer »Wärmemenge«, obwohl der historische »Wärmestoff« mit Namen Caloricum nicht existiert. Eigentlich sollte es die antike Einheit »Kalorie« ebenfalls nicht mehr geben, aber speziell auf die »große Kalorie« (1 kcal = 4187 J) für den physiologischen Brennwert von Lebensmitteln verzichtet kein Diätberater.

$N \cdot m = W \cdot s = J$  (Joule)

Zulässige SI-Einheiten sind wie in der Mechanik  $N \cdot m$  bzw.  $W \cdot s$ , aber üblich ist das synonyme J (Joule). Die in einem Stoff bzw. einem Körper gespeicherte Wärme  $\Delta Q$  hängt ab von der Temperaturdifferenz  $\Delta T$  vor und nach dem Aufheizen sowie der **Wärmekapazität**  $C$ :

Gespeicherte Wärme ist direkt proportional zur Temperaturdifferenz.

$$\Delta Q = C \Delta T$$

Gleichung 4.5

Die **spezifische Wärmekapazität**  $c_m$  bezieht sich auf die Masse des Stoffes:

Wärmekapazität

$$C = c_m m$$

Gleichung 4.6

Alternativ wird auch die **molare Wärmekapazität** verwendet, die sich auf die Molzahl  $n$  (► Kap. 4.3.1) bezieht:

### Achtung:

Unterscheide gesamt-, spezifische und molare Wärmekapazität!

$$c_{\text{mol}} = \frac{\Delta Q}{n \Delta T}$$

Gleichung 4.7

■ **Tab. 4.1** Einige spezifische Wärmekapazitäten  $c_m$  in  $J/(kg \cdot K)$ ; typisch bei  $20^\circ C$

Stoff	Spezifische Wärmekapazitäten $c_m$ in $J/(kg \cdot K)$
Wasser	4182
Eis ( $0^\circ C$ )	2100
Ethanol	2430
Sand/Gestein/Beton	ca. 850
Aluminium	896
Eisen, Stahl	460

Bei festen Körpern gilt dafür die **Regel von Dulong-Petit**:

### Merke

Für die meisten Festkörper beträgt die molare Wärmekapazität 25 Joule pro Mol und pro Kelvin.

●●  
Dulong-Petit'sche  
Regel

In **Tab. 4.1** sind einige Werte für die spezifische Wärmekapazität zusammengestellt. Man erkennt die herausragende Bedeutung von Wasser, vor allem in seiner flüssigen Phase. Offensichtlich kann dort besonders viel Bewegungsenergie der Moleküle gespeichert werden. Das beeinflusst im großen Maßstab Klima und Wetter, beim Menschen aber auch die »thermische Trägheit«.

Wärmeenergie ist  
kinetische Energie der  
Moleküle.

### Beispiel 4.2 Wärmekapazität eines febrilen Menschen

Wie schnell kann Fieber steigen? Ein typischer Professor der Masse  $80\text{ kg}$  hat (in Ruhe) einen Grundumsatz von ca.  $7000\text{ kJ}$  pro Tag, die aus dem Brennwert der Nahrung stammen. Physikalisch ist dies eine Leistung:

$$P_{\text{Prof}} = \frac{7 \cdot 10^6 \text{ W} \cdot \text{s}}{24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ s}} = 81 \text{ W}$$

Ca.  $80\%$  davon werden als Wärme abgegeben. Wenn der Mann thermisch isoliert im Bett liegt und fiebert, heizt er damit seinen Körper (mit einer Wärmekapazität ähnlich der des Wassers) auf. Der resultierende Temperaturanstieg pro Zeit kann wie folgt abgeschätzt werden:

$$P = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = mc_m \frac{\Delta T}{\Delta t} \Rightarrow$$

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{P}{mc_m} = \frac{0,8 \cdot 81 \text{ W}}{80 \text{ kg} \cdot 4182 \text{ W} \cdot \text{s}/(\text{kg} \cdot \text{K})} \approx 2 \cdot 10^{-4} \frac{\text{K}}{\text{s}} \approx 0,7 \frac{\text{K}}{\text{h}}$$

Unter diesen (vereinfachten) Bedingungen würde also in wenigen Stunden die kritische Kerntemperatur von  $41^\circ C$  erreicht.

Die Wärmekapazität von festen Körpern und Flüssigkeiten kann mithilfe der **Kalorimetrie** bestimmt werden: In einer thermisch isolierten Umgebung, z. B. einem

Kalorimetrie

Dewar-Gefäß (siehe Info 4.4), findet zwischen dem heißeren Stoff (z. B. einem Metallstück aus einer unbekanntenen Legierung) und dem kälteren (häufig Wasser mit bekanntem  $c_m$ ) ein Wärmeaustausch statt. Bei bekannten Massen und Ausgangstemperaturen kann aus der Mischungstemperatur z. B. die spezifische Wärmekapazität des Metalls bestimmt werden. Auch bei anderen Aufgabenstellungen ist der Lösungsansatz stets, dass die Wärmeenergie insgesamt erhalten bleibt.

Kalorimetrische Grundgleichung

**Achtung:**

Bei Gasen gilt:  $c_p \neq c_v$ .

### Merke

$$\Delta Q_{\text{abgegeben}} = \Delta Q_{\text{aufgenommen}}$$

Bei **Gasen** hängt die Wärmekapazität stark davon ab, ob das Volumen oder der Druck bei der Temperaturerhöhung konstant bleiben: bei konstantem Druck (**isobar**) wird eine zusätzliche Ausdehnungsarbeit benötigt und gespeichert. Entsprechend unterscheidet man  $c_{\text{mol,p}}$  und (bei konstantem Volumen, **isochor**)  $c_{\text{mol,v}}$ . Typisch ist z. B. das entsprechende Wertepaar für Sauerstoff ( $\text{O}_2$ ):  $c_{\text{mol,p}} = 29,4 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$ ,  $c_{\text{mol,v}} = 21,0 \text{ J}/(\text{mol} \cdot \text{K})$ . Die Differenz wird als **universelle Gaskonstante** bezeichnet (► Kap. 4.3.2).

## 4.3 Ideale und reale Gase

Ideales Gas: keine Kräfte, kein Eigenvolumen

Die im letzten Abschnitt bereits verwendeten Größen und Begriffe sollen nun in einem übersichtlichen Zusammenhang erläutert werden. Dazu dient das **ideale Gas**. Bei diesem Modell üben die Teilchen keine Kräfte aufeinander aus. Ihnen steht so viel Raum zur Verfügung, dass ihr Eigenvolumen vernachlässigbar ist und insbesondere Kondensation nicht auftritt. Auch viele reale Gase – vor allem die Edelgase – erfüllen diese Bedingungen bei nicht zu hohen Drücken und nicht zu niedrigen Temperaturen.

### 4.3.1 Molare bzw. stoffmengenbezogene Größen

Die Vorstellung, dass die Teilchen in einem Gasvolumen grundsätzlich – wenn auch mühsam, siehe den Zahlenwert unten – abzählbar sind, führt zum Begriff der **Stoffmenge**  $n$  als einer SI-Basisgröße; ihre Einheit ist  $[n] = \text{mol}$ . Definiert ist diese Basis-einheit mit Bezug auf ein bestimmtes Isotop (► Kap. 10.1) des Kohlenstoffatoms:

Stoffmenge: Mol

### Merke

Die Stoffmenge 1 mol enthält ebenso viele Teilchen wie 12 g des Kohlenstoff-Isotops C-12, das sind  $N_A = 6,02214 \cdot 10^{23}$  Atome oder Moleküle.

Avogadro-Konstante

Die Teilchen-Anzahl  $N_A$  heißt **Avogadro-Konstante**. Viele Probleme lassen sich einfacher oder durch Analogien lösen, wenn man die **molare Masse** bezogen auf diese Teilchenzahl bzw. die Stoffmenge 1 mol definiert:

Molare Masse bzw. relative Atommasse

$$M = \frac{m}{n}$$

Gleichung 4.8